

MODELLISTICA AMBIENTALE



PER UN MODELLO MATEMATICO DI INQUINAMENTO AMBIENTALE IN CORSI D'ACQUA

Nando Prati*

INTRODUZIONE

Utilizzando la teoria dei Fuzzy Set (insiemi imprecisi) è possibile costruire modelli matematici dell'inquinamento in corsi d'acqua. Sono stati costruiti e testati su due torrenti affluenti del Po due modelli allo scopo di fornire (prevedere) il livello di inquinamento misurato con l'Extended Biotic Index (EBI) partendo da alcuni dati fisico-chimici relativi al periodo in esame. Il modello di inquinamento presentato si propone di legare in una relazione di causa-effetto i parametri chimici di un corso d'acqua con quelli biologici in modo che, conoscendo i parametri chimici, si possa prevedere il loro effetto stimando il livello del parametro biologico corrispondente.

Va premesso che i parametri biologici e fisico-chimici non sono correlati fra loro in modo univoco; anzi, la corrispondenza tra i due tipi di analisi spesso non è soddisfacente. Ciò è in parte legato al fatto che l'analisi chimica fornisce valori istantanei delle variabili mentre l'analisi biologica, riflettendo condizioni a lungo

termine, fornisce indicazioni più realistiche della qualità del corso d'acqua. È noto, infatti, che i parametri chimici possono subire consistenti variazioni nell'arco di brevi intervalli di tempo mentre i parametri biologici presentano una stabilità notevolmente superiore, legata alle caratteristiche dei macroinvertebrati utilizzati per la misurazione dell'indice biotico. L'effetto degli inquinanti chimici sui popolamenti biologici, inoltre, non si esprime secondo semplici relazioni dose-risposta, ma può essere fortemente modulato da fenomeni di sinergia o di antagonismo.

La non univocità della risposta fa preferire per la costruzione di un modello matematico, metodi non derivanti dalla statistica classica o da qualche sua generalizzazione (PRATI, 1990). Infatti i metodi derivanti dalla statistica forniscono un legame che è quasi sempre "strettamente funzionale" tra i parametri di entrata e di uscita, così che ogni variazione dei parametri in entrata determina una variazione dei parametri in uscita. Inoltre tali metodi forniscono degli operatori monotoni che rendono difficilmente trattabili i fenomeni di antagonismo o di

* via Gabbi 6, 42100 Reggio Emilia.

sinergia.

I metodi derivanti dalla statistica o da sue generalizzazioni sono comunque da preferire, per la maggiore affidabilità della previsione, nei casi in cui si abbiano delle conoscenze abbastanza precise sul fenomeno che si vuole modellare.

Il metodo qui descritto, derivante dalla teoria dei Fuzzy Set, è in grado di tradurre le conoscenze qualitativo-intuitive dei fenomeni di inquinamento, anche se spesso approssimative, fornendo comunque risultati precisi ed attendibili. Esso riesce a tradurre fenomeni di sinergia e/o antagonismo eventualmente presenti.

Fuzzy Set e ragionamento vago (impreciso)

Nel linguaggio comune esistono affermazioni (*proposizioni*) precise ed altre imprecise o vaghe. Per esempio «essere un numero minore o uguale a 5» è una proposizione precisa; al contrario «essere un numero grande», «Tizio è un uomo alto», «la tal concentrazione è pericolosa» non sono affermazioni precise. Infatti se noi consideriamo un certo numero x e ci poniamo la domanda « x è minore o uguale a 5?» a questa possiamo rispondere «certamente sì» o «certamente no». Al contrario se noi ci poniamo la domanda « x è un numero grande?» non sempre possiamo rispondere «certamente sì» o «certamente no», anzi può capitare che non si sia in grado di rispondere né sì né no. Per esempio il numero 1000 è sicuramente un numero grande, 0 è sicuramente un numero che non è grande, ma che cosa possiamo dire del numero 500? Se ci poniamo la domanda «500 è grande?» la risposta è «500 è un po' grande ma non troppo».

Questi due tipi di affermazioni, precise ed imprecise, vengono tradotte matematicamente con due tipi di insiemi: quelle precise con gli insiemi classici (ben conosciuti), le altre dagli insiemi Fuzzy (Fuzzy Set, insiemi imprecisi o sfuocati). Si può continuare a utilizzare gli insiemi classici anche per affermazioni imprecise, ma solo se si «precisa» ogni nozione: per

esempio si può stabilire che un numero è grande se e solo se è più grande di 500 altrimenti no, stabilire che un uomo è alto se e solo se è più alto di 1,70 metri ecc. Così facendo, però, non si riescono a tradurre in maniera veramente fedele e naturale tutte queste nozioni imprecise.

Definizione: dato un insieme X , un Fuzzy Set (insieme sfuocato o impreciso) su X è una funzione F che ad ogni oggetto x di X fa corrispondere un numero compreso fra 0 ed 1.

Si noti che la funzione F non è necessariamente una distribuzione di probabilità (si veda DUBOIS-PRADE, 1988 per i rapporti fra i Fuzzy Set e la probabilità).

Ora, per tradurre l'«insieme dei numeri grandi» con un Fuzzy Set basta determinare, dall'insieme dei numeri, una funzione A che ad ogni numero x associ un numero A_x che ci dica sommariamente quanto x è grande facendo corrispondere 0 a no ed 1 a sì. Così, visto che 0 è sicuramente piccolo (= non grande), $A_{(0)} = 0$; poichè 1000 è sicuramente grande, $A_{(1000)} = 1$; poichè 500 è abbastanza grande $A_{(500)} = 0,5$; e così via, traducendo con un numero compreso fra 0 e 1 tutte le possibili risposte che ci sono fra il no e il sì.

I Fuzzy Set possono essere naturalmente visualizzati con grafici: se in ascissa vengono posti i numeri naturali ed in ordinata i numeri fra 0 ed 1, i Fuzzy Set dei «numeri grandi» e dei numeri piccoli appaiono come in fig. 1A e 1B.

In 1A i numeri superiori a 1000 hanno un grado di appartenenza = 1, rispondono cioè pienamente «sì» alla domanda «è un numero grande?»; i numeri inferiori a 100, invece, con grado di appartenenza = 0, rispondono «no» a tale domanda (sono, cioè, piccoli); i numeri da 100 a 1000, con grado di appartenenza superiore a 0 e inferiore a 1, variano progressivamente da «abbastanza piccolo» a «abbastanza grande». Inversamente, per il Fuzzy Set dei numeri piccoli (fig. 1B), il grado di appartenenza è 1 per i numeri da 0 a 100 e 0 per quelli superiori a 1000.

Particolare importanza hanno poi nel linguaggio comune le espressioni del tipo «se ...

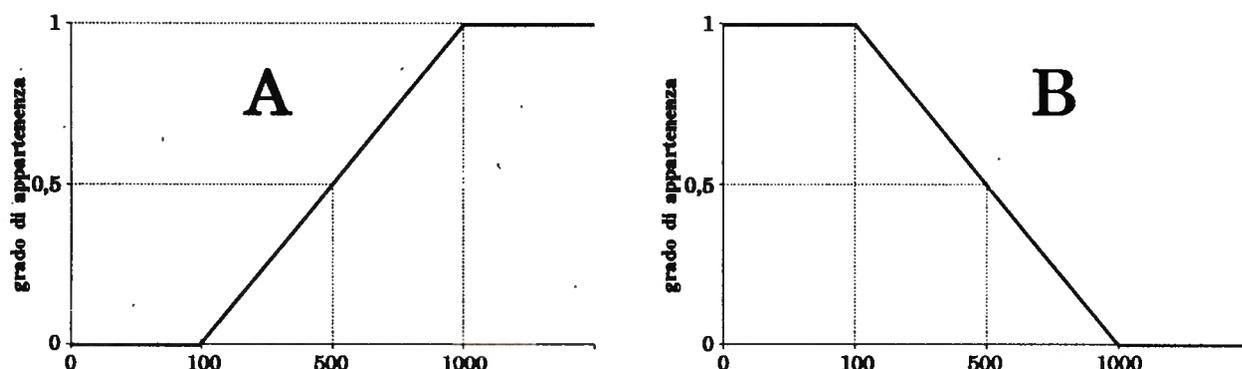


Fig. 1 - Fuzzy Set dei numeri grandi (A) e dei numeri piccoli (B)

allora ...» cioè le *implicazioni*, dove al posto dei puntini ci sono delle espressioni che possono essere sia affermazioni precise che imprecise. Con queste è possibile, per esempio, descrivere il funzionamento di molti impianti ed è proprio qui che i Fuzzy Set hanno avuto uno dei loro migliori successi (DUBOIS-PRADE, 1980 e 1988; OSTERGAARD, 1977) oppure è possibile impartire delle direttive ad una persona affinché questa impari a svolgere un determinato compito: «se succede la tal cosa allora fai questo, mentre se succede la tal altra allora fai quell'altro», ecc.

Anche le nostre scarse nozioni sull'inquinamento possono essere descritte mediante frasi del genere. Per esempio se in un certo ambiente si considera che il parametro biologico Z dipenda da una sola sostanza chimica pericolosa W ivi presente, l'effetto di W su Z può essere descritto nella maniera seguente: fissata la nostra attenzione su un periodo di tempo, in quel periodo

[1] «se la concentrazione di W è alta allora il parametro Z è basso, mentre se la concentrazione di W è bassa allora il parametro Z è alto».

Bisogna notare che tale frase è già abbastanza complessa. Per descrivere una frase come la [1] a partire da Fuzzy Set semplici avremo bisogno di due operatori: l'operatore \oplus per tradurre una implicazione semplice «se ... allora ...», e l'operatore \cup per tradurre la congiunzione «mentre». Così se noi descriviamo le frasi:

- «la concentrazione di W è alta», con il Fuzzy

Set W_a ;

- «la concentrazione di W è bassa», con il Fuzzy Set W_b ;
 - «il parametro Z è alto», con il Fuzzy Set Z_a ;
 - «il parametro Z è basso», con il Fuzzy Set Z_b ;
- la frase «se la concentrazione di W è alta allora il parametro Z è basso», viene descritta dal Fuzzy Set $W_a \oplus Z_b$ mentre «se la concentrazione di W è bassa allora il parametro Z è alto» viene descritta con il Fuzzy Set $W_b \oplus Z_a$.

Utilizzando l'altro operatore \cup si ottiene infine che la frase [1] viene descritta con il Fuzzy Set

$$C = (W_a \oplus Z_b) \cup (W_b \oplus Z_a).$$

C è l'oggetto matematico che ci permette di calcolare il parametro Z una volta dato il parametro chimico, ovvero è la base dell'algoritmo che ci fornisce come output il livello del parametro Z una volta che gli venga fornito come input una data concentrazione della sostanza W. Quindi se in un dato momento noi sappiamo che la sostanza pericolosa W ha concentrazione x , possiamo calcolare quale è il livello di Z dalla regola empirico-intuitiva che abbiamo tradotto con C . Ovvero se sappiamo che l'input è una certa concentrazione x ,

$$x \Rightarrow \boxed{C} \Rightarrow O$$

il nostro algoritmo ci fornirà un Fuzzy Set di output O dal quale noi potremo dedurre un valore preciso per il parametro Z.

Quanto descritto è valido se si considera una sola sostanza chimica come input. Naturalmente si possono considerare più sostanze chimiche di input complicando ulteriormente la costruzione del modello.

Applicazione alla qualità delle acque

Con costruzioni come quelle sopra delineate sono stati realizzati due diversi modelli della qualità delle acque dei torrenti Crostolo ed Enza della provincia di Reggio Emilia, verificandone la validità con i dati ottenuti dai rilevamenti chimici e biologici dell'anno 1988.

Per la determinazione dei Fuzzy Set di base che servono per la costruzione dei modelli è stata utilizzata la tab. 1 che riporta le concentrazioni limite di varie sostanze per la salvaguardia della vita acquatica (IRSA, 1977).

Per la costruzione del modello, fra i vari parametri, sono stati scelti i tre più significativi per i due torrenti in esame, utilizzando come dati di input le concentrazioni dell'ossigeno disciolto, del fosforo totale e dell'azoto ammoniacale; per l'output il parametro EBI con i

Tab. 1. Limiti per la salvaguardia della vita acquatica (in mg/l).

INDICE	Soglia di rischio	Soglia di sicurezza
pH	6-9	6,5-8,5
Solidi particolati	100	50
BOD	10	5
COD	40	20
Arsenico	0,5	0,05
Mercurio	0,005	0,005
Nichel	1	0,1
Piombo	0,1	0,01
Rame	0,02	0,002
Zinco	0,25	0,025
Fosforo	0,25	0,125
Ammoniaca	1	0,5
Fenoli	0,1	0,05
Detergenti	1	0,2
Pesticidi clorurati	0,005	0,0005
Ossigeno	>4	>6

suoi 12 livelli (GHETTI, BONAZZI, 1980). Volendo studiare un altro corso d'acqua bisognerà tenere presenti le sue eventuali caratteristiche peculiari e scegliere i parametri per esso più significativi per eventuali modifiche ai modelli.

Utilizzando le soglie di rischio e di sicurezza, sono stati definiti tre Fuzzy Set per ogni sostanza che traducono le indicazioni di concen-

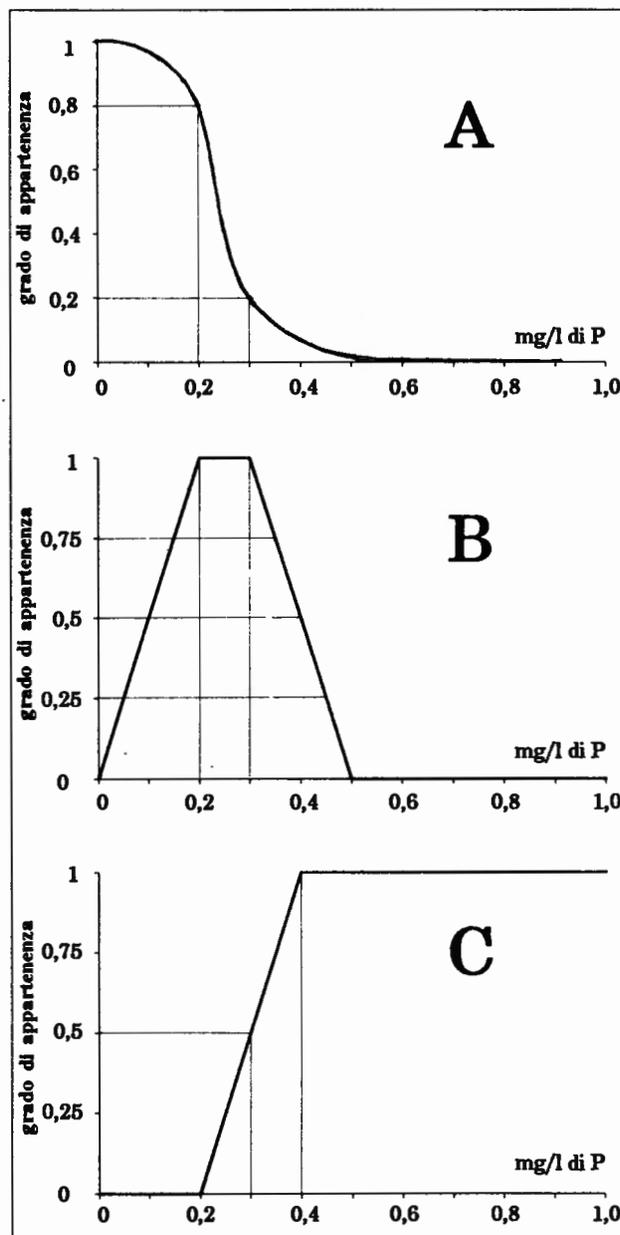


Fig. 2 - Fuzzy Set del fosforo

A: concentrazione non pericolosa; B: concentrazione pericolosa; C: concentrazione molto pericolosa

trazione "non pericolosa", "abbastanza pericolosa" e "molto pericolosa". Per esempio i Fuzzy Set "concentrazione di fosforo non pericolosa" ($< 0,1$ mg/l), "concentrazione di fosforo pericolosa" (0,2-0,3 mg/l) e "concentrazione di fosforo molto pericolosa" ($> 0,4$ mg/l) sono riportati in fig. 2. In modo analogo sono stati definiti i Fuzzy Set dell'ossigeno disciolto e dell'azoto ammoniacale, utilizzando le soglie indicate nella tab. 2.

Il primo dei due modelli è stato costruito trascrivendo con i Fuzzy Set la seguente regola *R* empirico-intuitivo complessa, costituita dalle tre implicazioni semplici:

R1 = Se le concentrazioni di ossigeno, fosforo e azoto non sono pericolose allora il livello di EBI è alto;

R2 = Se una delle concentrazioni di ossigeno o di fosforo o di azoto è abbastanza pericolosa allora il livello di EBI è medio;

R3 = Se una delle concentrazioni di ossigeno o di fosforo o di azoto è pericolosa allora il livello di EBI è basso.

Quindi $R = "R1 \cup R2 \cup R3"$

Il secondo modello è stato costruito traducendo con i Fuzzy Set una regola più complessa che non viene qui fornita perchè di non facile interpretazione o spiegazione. Essa, basata su osservazioni empirico-intuitive derivanti dall'analisi dei dati rilevati nel torrente Enza nel 1988 e nel Crostolo in un periodo precedente, fornisce previsioni più accurate di quelle ottenute con la regola precedente. Con essa si

Tab. 2. Soglie utilizzate per la definizione dei Fuzzy Set dell'ossigeno disciolto e dell'azoto ammoniacale.

PARAMETRO	CONCENTRAZIONE		
	non pericolosa	abbastanza pericolosa	pericolosa
Ossigeno disciolto	> 6	5,5-4,5	< 4
Azoto ammoniacale	$< 0,5$	0,55-0,95	> 1

riesce a tradurre anche un fenomeno forse di antagonismo, forse dipendente da altri fattori, che si nota tra il fosforo e l'azoto a livelli medi. Come si può osservare mettendo in una tabella i dati di input e di output, se l'ossigeno è "sicuro" il livello di EBI previsto nel caso che sia il fosforo sia l'azoto abbiano un "concentrazione pericolosa" è leggermente migliore rispetto al caso in cui solo il fosforo abbia una "concentrazione pericolosa".

I due modelli testati sui dati dei due torrenti rilevati nel 1988, hanno fornito una previsione dei livelli di EBI molto corretta. Infatti, come mostrato nell'esempio seguente, il livello di EBI effettivamente ricavato dal mappaggio biologico in ogni stazione appare nell'output dei modelli con grado di necessità 1 o comunque con grado di necessità molto alto.

A titolo di esempio si riportano i dati rilevati in una stazione:

ossigeno disciolto	=	10	mg/l
fosforo totale	=	0,313	mg/l
azoto ammoniacale	=	0,31	mg/l
EBI	=	7	

Inserendo i dati dell'ossigeno, dell'azoto e del fosforo mediante la regola meno precisa descritta sopra si è ottenuto come output il Fuzzy Set mostrato in fig. 3 che si legge nel modo seguente:

- i livelli 1, 2, 3 seguono necessariamente da **C** e da **x** con grado 0, cioè non seguono affatto,
- il livello 4 segue necessariamente da **C** e da **x** con grado 0,2 cioè segue un po', ma molto poco,
- i livelli 6 e 7 seguono necessariamente da **C** e da **x** con grado 1, cioè seguono necessariamente (ecc.).

Da tale output si può scegliere il valore previsto di EBI come quello che presenta il grado più alto di necessità, o come media dei valori con il grado più alto. In tal caso il livello previsto (calcolato) è di 6,5 che ben si accorda con il livello effettivamente rilevato che è di 7. Si noti, comunque, che 7 ha grado di necessità 1 nell'output.

Per maggiori dettagli sui modelli di inquinamento con Fuzzy Set si veda COLOMBO & PRATI

e, più in generale, DUBOIS & PRADE (1980) per i modelli di ragionamento Fuzzy

Considerazioni conclusive

Per i due torrenti esaminati è ora possibile, con i due modelli proposti, stabilire con buona approssimazione i valori presunti di EBI nei casi in cui essi non siano stati rilevati per un qualsiasi motivo, o fare delle stime dei valori di EBI in annate trascorse quando tale rilevamento non era ancora usuale.

Un'altra possibile applicazione è il confronto di ogni valore di EBI misurato sul campo con il valore dedotto dal modello. Un sensibile scostamento dalle previsioni potrebbe, infatti, segnalare l'esistenza (attuale o passata) di fattori inquinanti insoliti, quali per esempio sversamenti accidentali, o di particolari concentrazioni degli inquinanti non considerate nel modello; tale scostamento indurrà l'operatore a ricercarne le cause.

Va notato che i due modelli sono stati costruiti tenendo conto del fatto che i due torrenti presentano caratteristiche simili. In particolare la scelta dei parametri di input è stata determinata dal fatto che, in entrambi, l'inquinamento è prevalentemente di origine antropica.

Volendo costruire un modello per un altro corso d'acqua è necessario verificare se questo ha caratteristiche diverse dai due considerati. Nel caso di un corso d'acqua in cui l'inquinamento derivi prevalentemente da scarichi industriali occorrerà considerare come parametri di input, per esempio, anche i dati sui metalli pesanti oltre (eventualmente) a quelli utilizzati in questo lavoro.

Ringraziamenti

I modelli di inquinamento sommariamente descritti sono stati preparati sotto gli auspici di un contratto di ricerca stipulato con l'Istituto di Ingegneria dei Sistemi ed Informatica del C.C.R. Euratom della Commissione delle Comunità Europee di Ispra.

Si ringrazia l'ing. Cagnoli dell'Assessorato Ambiente della Regione Emilia-Romagna, il personale del P.M.P. di Reggio Emilia ed in particolare il dott. Spaggiari per la collaborazione prestata nel corso della ricerca.

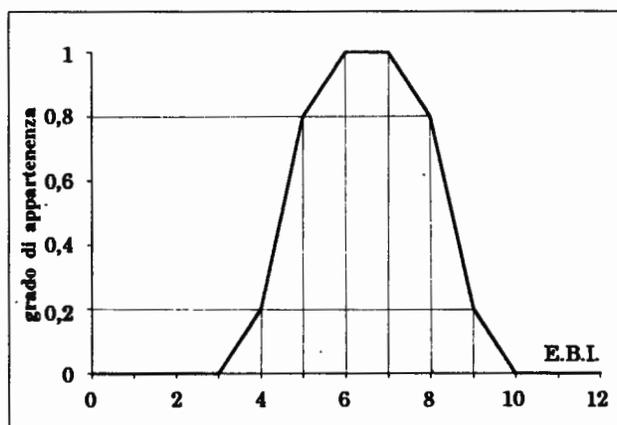


Fig. 3 - Esempio di utilizzo del modello di Fuzzy Set per la previsione del valore di E.B.I. di una stazione di campionamento.

BIBLIOGRAFIA

COLOMBO A.G., PRATI N. (in preparazione)
Fuzzy models of pollution in water.

DUBOIS D., PRADE H. - 1980
Fuzzy Sets and sistem: Theory and applications.
Academic Press, New York.

DUBOIS D., PRADE H. - 1988
Possibility Theory. An approach to computerized
processing of uncertainty.
Plenum Press, New York.

GHETTI P.F., BONAZZI G. - 1980
Biological Water Assesment Methods.
Final Report Vol. II, Commission of the European
Communities.

IRSA -1977
Indagini sulle qualità delle acque del fiume Po.
Quaderni IRSA

OSTERGAARD J.J. - 1977
Fuzzy logic control of a heater exchanger process.
In "Fuzzy automata and decision processes", M.M.
Gupta, G.N.Saridis, B.R. Gaines eds., 285-320.

PRATI N. - 1990
The Treatment of Uncertainty in Environmental
Quality Indices.
Proc. Workshop on indicators indices for envi-
ronmental impact assessment and risk analysis.C.C.R.
Ispra 15-16 Maggio 1990.